

高雄大學應用數學系

每月挑戰 020-021

2013 年五月

1. 每個月將公布若干個數學問題徵答，由系上老師出題，歡迎同學來挑戰。
2. 同學解出任何一題皆可將解答投稿到系辦（答案紙格式可於系網頁上下載）。系上將擇優公布優良解答，並公開表揚優秀解題同學。

020

Let $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R}^N)$. Show that

$$\lambda_{\max}^{1/2}(A^T A) = \max_{\|x\|_2 \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} = \max_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2,$$

where $\lambda_{\max}(A^T A)$ is the maximal eigenvalue of $A^T A$.

[郭岳承教授出題]

021

If $|a_n| < 2$ and $|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq \frac{1}{8} |a_{n+1}^2 - a_n^2|$ for all $n \geq 1$, prove that $\{a_n\}$ converges.

[吳宗芳教授出題]